

فصل سوم

فرم های متعارف و استاندارد در جبر بولی

نحوه نمایش توابع بولي

- توابع بولي را مي توان به چند طريق نمايش داد:
- بصورت ترکيبي نامرتب از عبارات و متغيرهاي بولي.
- بصورت مجموع جملات مي نيمم
- بصورت حاصلضرب جملات ماکزيمم
- **چند جمله اي مي نيمم:** يك عبارت حاصلضرب است که همه متغيرها يا مکمل آنها حتماً وجود دارد.

- برای حالتی که سه متغیر داشته باشیم، جدول جملات می‌نیمم در زیر آورده شده است

Minterm	Minterm Code	Minterm Number
$A'B'C'$	000	m_0
$A'B'C$	001	m_1
$A'BC'$	010	m_2
$A'BC$	011	m_3
$AB'C'$	100	m_4
$AB'C$	101	m_5
ABC'	110	m_6
ABC	111	m_7

- هر تابع بولي را مي توان بصورت مجموعي از جملات مي نيمم نشان داد.
بعنوان مثال:

جدول درستي تابع $f_1(A,B,C) = m_2 + m_3 + m_6 + m_7$ که بصورت
 $f_1(A,B,C) = \sum m(2,3,6,7)$ هم نشان داده مي شود بصورت زیر است:

Row No. (i)	Inputs ABC	Outputs $f_1(A,B,C) = \sum m(2,3,6,7)$	Complement $f_1'(A,B,C) = \sum m(0,1,4,5)$
0	000	0	1 ← m_0
1	001	0	1 ← m_1
2	010	1 ← m_2	0
3	011	1 ← m_3	0
4	100	0	1 ← m_4
5	101	0	1 ← m_5
6	110	1 ← m_6	0
7	111	1 ← m_7	0

نکته: برای یافتن مکمل يك تابع که با جملات مي‌نیمم نشان داده شده، کافی است آن دسته از جملات مي‌نیمم را که در تابع بکار نرفته اند، استفاده کرد.

مثال: مکمل تابع زیر را بدست آورید:

$$\begin{aligned}f(A,B,Q,Z) &= \sum m(0, 1, 6, 7) \\ &= m_0 + m_1 + m_6 + m_7 \\ &= A'B'Q'Z' + A'B'Q'Z + A'BQZ' + A'BQZ\end{aligned}$$

برای بدست آوردن مکمل تابع به اینصورت عمل مي‌کنیم:

$$\begin{aligned}f'(A,B,Q,Z) &= m_2 + m_3 + m_4 + m_5 + m_8 + m_9 + m_{10} + m_{11} + m_{12} \\ &\quad + m_{13} + m_{14} + m_{15} \\ &= \sum m(2, 3, 4, 5, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15)\end{aligned}$$

- چند جمله‌ای ماکزیمم: يك عبارت حاصلجمع است كه همه متغیرها یا مكممل آنها حتماً وجود دارد.
- هر تابع بولي را مي‌توان بصورت حاصلضرب جملات ماکزیمم نشان داد.
- جدول زیر نشان دهنده لیست جملات ماکزیمم برای سه متغیر است:

Maxterm	Maxterm Code	Maxterm Number
$A+B+C$	000	M_0
$A+B+C'$	001	M_1
$A+B'+C$	010	M_2
$A+B'+C'$	011	M_3
$A'+B+C$	100	M_4
$A'+B+C'$	101	M_5
$A'+B'+C$	110	M_6
$A'+B'+C'$	111	M_7

مثال: تابع زیر بصورت حاصلضرب جملات ماکزیمم نشان داده شده است.
جدول درستی آنرا بنویسید.

$$f_2(A,B,C) = M_0M_1M_4M_5 \\ = \prod M(0,1,4,5)$$

(i)	Inputs ABC	M_0 $A+B+C$	M_1 $A+B+C'$	M_4 $A'+B+C$	M_5 $A'+B+C'$	Outputs $f_2(A,B,C)$
0	000	0	1	1	1	0
1	001	1	0	1	1	0
2	010	1	1	1	1	1
3	011	1	1	1	1	1
4	100	1	1	0	1	0
5	101	1	1	1	0	0
6	110	1	1	1	1	1
7	111	1	1	1	1	1

حل

تبدیل بین شکلهای متعارف

هرگاه يك تابع بولي بر حسب مجموع جملات مي‌نیمم نوشته شده باشد ، مكممل آن برابر است با حاصلجمع جملات مينيممي كه از تابع اصلي حذف شده اند .
بطور مشابه مي توان هر تابع بصورت مجموع جملات مي‌نیمم را بصورت حاصلضرب جملات ماكزيممي نوشت كه شماره هاي متناظر آن از جملات مينيمم، از تابع اصلي حذف شده‌اند .

مثال :

$$\begin{aligned}f_1(A,B,C) &= \Sigma m (2,3,6,7) \\ &= f_2(A,B,C) \\ &= \Pi M(0,1,4,5)\end{aligned}$$

تبدیل توابع بولی به مجموع جملات می نیمم

- با استفاده از قضایای گفته شده در جبر بول، در هر جمله عبارت بولی تمام متغیرها را وارد می کنیم.
- مثال: تابع بولی زیر را بصورت مجموع جملات می نیمم نمایش دهید:
- $f(A,B,C) = AB + AC' + A'C$
- حل

$$\begin{aligned}f(A,B,C) &= AB.1 + AC'.1 + A'C.1 \\ &= AB.(C+C') + AC'.(B+B') + A'C.(B+B') \\ &= ABC + \underline{ABC'} + \underline{ABC'} + AB'C' + A'BC + A'B'C \\ &= ABC + ABC' + AB'C' + A'BC + A'B'C \\ &= \Sigma m(1, 3, 4, 6, 7)\end{aligned}$$

تبدیل توابع بولی به فرم حاصلضرب جملات ماکزیمم

- با استفاده از قضیه گفته شده ($a+a'=0$) تمامی متغیرها را در هر عبارت وارد می کنیم.
- مثال: تابع بولی زیر را بصورت حاصلضرب جملات ماکزیمم نمایش دهید:
- $f(A,B,C) = AB + AC' + A'C$
- حل
- $$\begin{aligned} f(A,B,C) &= (A+AC+A'C)(B+AC+A'C) \\ &= (A+A'C)(B+C) \\ &= (A+A')(A+C)(B+C+AA') \\ &= (A+C+BB')(B+C+A)(B+C+A') \\ &= (A+C+B)(A+C+B')(A+B+C)(A'+B+C) \\ &= (A+B+C)(A+B'+C)(A'+B+C) \\ &= \Pi(0,2,4) \end{aligned}$$

روش دیگر

- می توان برای یافتن حاصلضرب جملات ماکزیمم از مجموع جملات می نیمم نیز استفاده کرد.

مثال: تابع زیر را بصورت حاصلضرب جملات ماکزیمم نمایش دهید:

- $f(A,B,C) = AB + AC' + A'C$

حل:

- در مثال قبل این تابع بولی را به صورت مجموع جملات می نیمم نمایش دادیم:

- $f(A,B,C) = \sum m(1, 3, 4, 6, 7)$

بنابراین می توان نوشت:

$$f(A,B,C) = \sum m(1, 3, 4, 6, 7) = \prod (0,2,4)$$